

**FUNCIONES DE VOLUMEN Y FACTOR DE FORMA PARA RENOVALES DE RAULÍ.** Víctor Cubillos Díaz. Ingeniero Forestal. División Regional, Instituto Forestal. Barros Arana 121. Concepción - Chile.

## INTRODUCCION

El objetivo del presente estudio fue estimar el volumen cúbico total y por trozas para árboles individuales de renovales de raulí. Además se les calculó los factores de forma artificial y natural.

Para estimar el volumen cúbico total se probaron algunos modelos matemáticos donde se consideran como variables predictoras del volumen, el DAP y la altura total.

El trabajo se realizó con datos de distintas áreas de crecimiento de los renovales mixtos con raulí, obteniéndose una amplia cobertura en la estimación del volumen. Para cada área muestreada se obtuvieron funciones locales.

Las funciones que estiman el volumen de árboles de renovales de raulí son escasas. Han sido construidas con datos de áreas muy específicas y comúnmente se desconoce el error de estimación de los modelos. Las funciones presentadas en este trabajo amplían significativamente la información existente hasta la fecha.

Su conocimiento es indispensable como elemento de apoyo en la planificación de las actividades forestales.

## MATERIAL Y METODO

### *Material*

Los datos utilizados en la construcción de las funciones de volumen para renovales de raulí, provienen de una muestra de 156 árboles que fueron cosechados para someterlos al análisis de tallo (GROSSE, CUBILLOS y BOURKE, 1986). La información que se utilizó del material disponible fue el volumen total acumulado y por troza para cada árbol.

Las áreas seleccionadas, donde se efectuaron las mediciones para estimar el volumen fueron:

- Jauja, en la precordillera andina de la provincia de Malleco, Novena Región, 38° Lat. Sur.
- Melipeuco, en la Cordillera de los Andes, provincia de Cautín, Novena Región, 38° 45' Lat. Sur.
- Panguipulli, en la Cordillera de los Andes, provincia de Valdivia, Décima Región, 39°46' Lat. Sur.
- Maquehua, en la Cordillera de Nahuelbuta, provincia de Arauco, Octava Región, 37°15' Lat. Sur.
- Lancacura, en la Cordillera de la Costa, provincia de Valdivia, Décima Región, 40° 10' Lat. Sur.

Las variables de estado del árbol que incluyen los modelos de regresión son el diámetro a la altura del pecho (DAP cc, en cm) y la altura total (H en m). Como variable dependiente se utilizó el volumen total del árbol (V en m<sup>3</sup> s.s.c.) y el volumen por troza de 2 metros de largo (V<sub>t<sub>i</sub></sub> en m<sup>3</sup> s.s.c.).

En el Cuadro 1 se presentan los rangos de las variables de estado utilizados en la construcción de los modelos para cada área de estudio.

**CUADRO 1**  
**RANGO DE LAS VARIABLES DE ESTADO**

Area de estudio	N° de Arb. Muestra	D máx (cm)	D medio (cm)	D min (cm)	H máx (m)	H media (m)	H min (m)
Panguipulli	75	33,3	17,1	5,2	24,2	15,0	6,6
Llancacura	11	28,2	19,5	11,6	20,4	16,6	14,4
Jauja	13	32,2	24,2	16,1	25,3	22,4	18,1
Maquehua	36	48,2	28,1	10,3	28,1	23,2	18,2
Melipeuco	21	35,9	23,9	14,5	26,4	23,5	19,2
Area de estudio	N° de Arb. Muestra	Vol. máx (m <sup>3</sup> ssc)	Vol. medio (m <sup>3</sup> ssc)	Vol. min (m <sup>3</sup> ssc)	Edad máx (años)	Edad medio (años)	Edad min (años)
Panguipulli	75	0,752	0,177	0,008	48	30	14
Llancacura	11	0,521	0,209	0,088	48	44	39
Jauja	13	0,649	0,392	0,146	66	63	55
Maquehua	36	1,592	0,591	0,054	66	57	43
Melipeuco	21	0,910	0,416	0,127	51	44	38

FIGURA 1

DISTRIBUCION DE LOS ARBOLES - MUESTRA POR CLASES DE DIAMETRO PARA LAS CINCO AREAS DE ESTUDIO

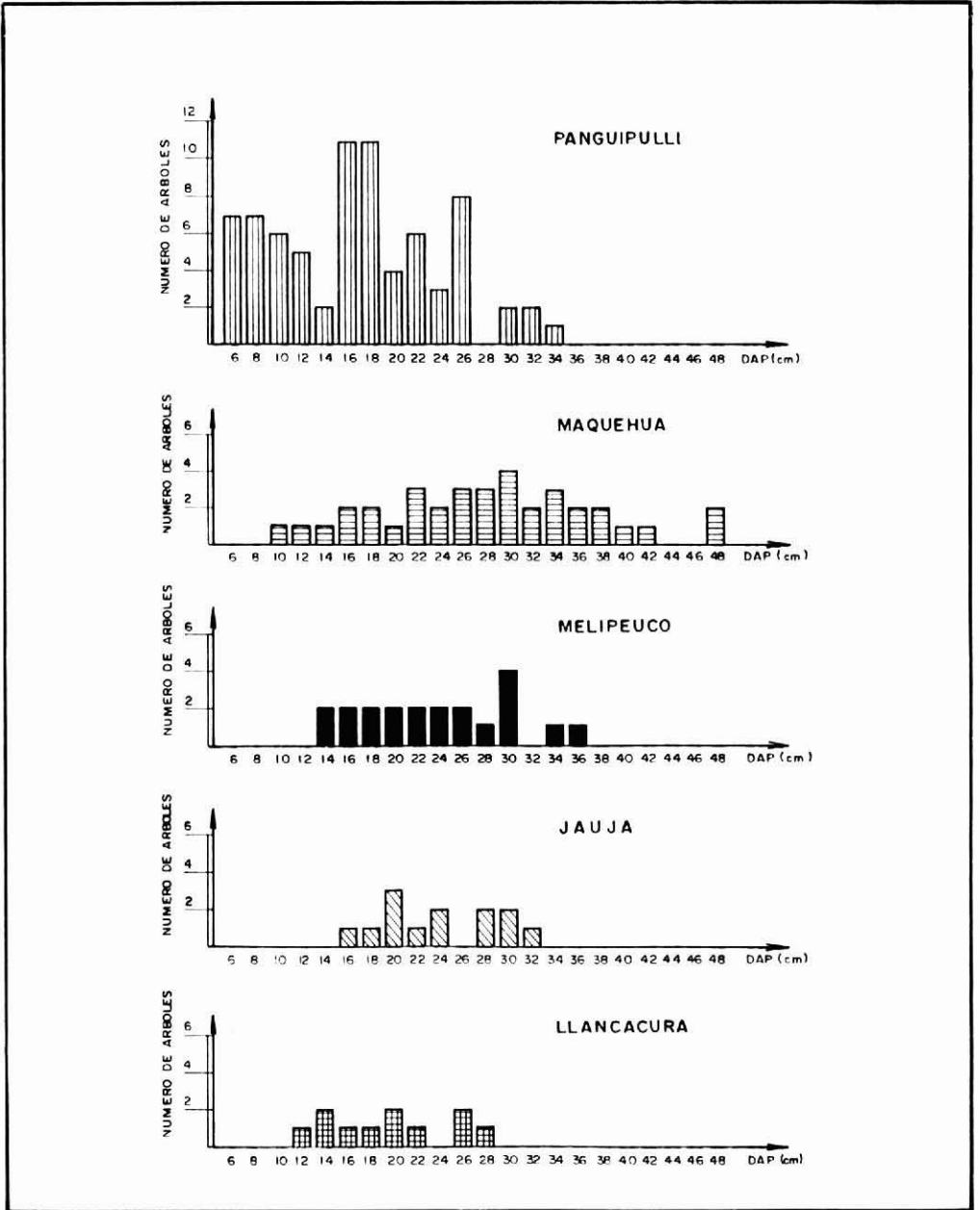
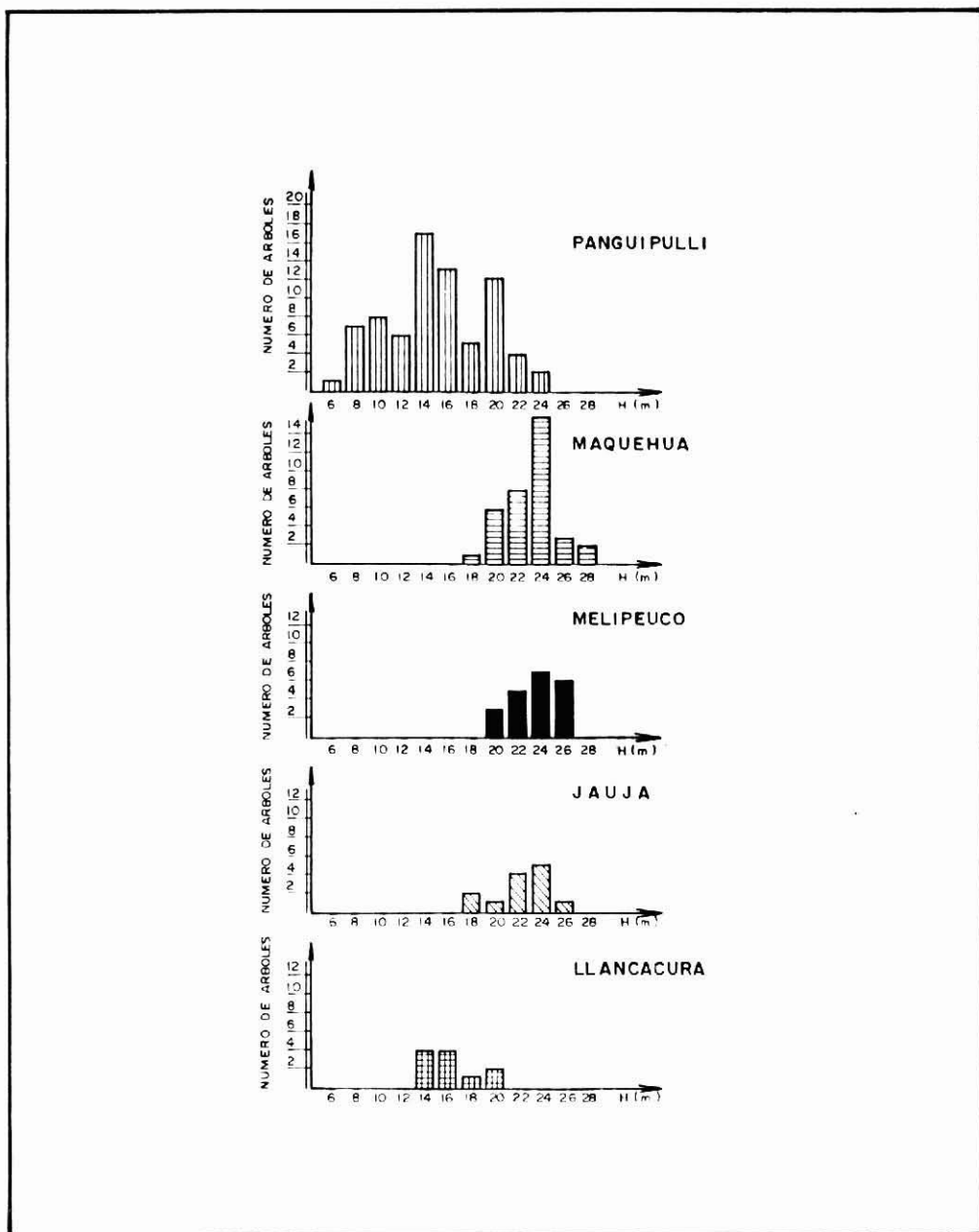


FIGURA 2

DISTRIBUCION DE LOS ARBOLES - MUESTRA POR CLASES DE ALTURA PARA LAS CINCO AREAS DE ESTUDIO



En las figuras 1 y 2 se representa la distribución de frecuencia de las variables predictoras del volumen, diámetro y altura, respectivamente.

La muestra fue colectada principalmente del área de Panguipulli, donde se encuentra una proporción importante de árboles con las menores dimensiones. Los datos de Maquehua presentan mayor tendencia a una distribución normal. La información de distribución de estas variables indica el rango de aplicación de las funciones.

## METODOLOGIA

Debido a la mayor cantidad de información disponible para el área de Panguipulli, se construyeron sólo con los datos de este sector funciones de volumen cúbico total y volumen por troza. Se probaron varias ecuaciones de regresión para el volumen total con el objetivo de determinar el mejor modelo. Después de obtener el mejor modelo fue aplicado al resto de las áreas en estudio.

Con la información del área de Panguipulli se calculó el factor de forma natural y artificial.

### *Construcción de las tablas de volumen total*

Las funciones construidas entregan la estimación del volumen cúbico total para árboles individuales de raulí.

El fuste de los árboles-muestra fue seccionado cada 2 metros partiendo del tocón a 0,3 metros. El volumen cúbico total sin corteza se calculó para la parte del fuste comprendida entre el tocón y la altura del fuste donde éste presentaba 5 cm de diámetro.

Se utilizó el análisis de correlación paso a paso entre las variables independientes DAP, altura total y la variable dependiente volumen cúbico total (SPURR, S.H., 1952).

Con el objetivo de encontrar la función más adecuada, se revisaron los modelos normalmente utilizados para relacionar el volumen con el DAP y/o la altura total considerando, además, la transformación de estas variables. (LOETSCH, ZOHRER y HALLER, 1973; PRODAN, 1965; ZOHRER, 1980) El criterio adoptado para la selección de los modelos, se fundamentó en su bondad de ajuste y su aplicación práctica.

ZOHRER (1980) define las ecuaciones generales que dependen de la altura total y del DAP, como las más utilizadas en inventarios regionales y en el área de manejo forestal. Además, explica que no son muy precisas al aplicarlas en sectores muy localizados. Sin embargo, entregan resultados mejores que las funciones locales donde como variable independiente sólo se considera el DAP.

Los modelos recopilados por ZOHRER (1980) y probados para los datos del área de Panguipulli son:

- i)  $V = b_0 + b_1 D^2 H$
- ii)  $V = b_0 + b_1 D^3$
- iii)  $V = b_0 + b_1 \ln D^2 H$
- iv)  $V = b_0 + b_1 D^2 + b_2 D^2 H + b_3 H$
- v)  $V = b_0 + b_1 D^2 + b_1 H D^2$
- vi)  $\ln V = b_0 + b_1 \ln D^2 H$

Donde:  $V$  = volumen sólido sin corteza total por árbol en  $m^3$  s.s.c.  
 $D$  = diámetro a 1,3 m de altura (DAP) en cm  
 $H$  = altura total en m  
 $e$  = constante neperiana = 2.71828...  
 $b_0, b_1, b_2, b_3$  = constante de los modelos

Para estimar el volumen total de raulí en las áreas de Llancacura, Jauja, Maquehua y Melipeuco se consideró el mejor modelo obtenido de Panguipulli. Además se consideró por razones de aplicación práctica, un modelo, donde el volumen total sólo estuviera en función del DAP. Las regresiones utilizadas son:

**Modelo I:**  $V = b_0 + b_1 D^2$

**Modelo II:**  $V = b_0 + b_1 D^2 H$  (modelo de variables combinadas)

Donde:  $V$  = Volumen total sólido en  $m^3$  ssc desde una altura de 0,3 m hasta el ápice  
 $D$  = DAP con corteza en cm  
 $H$  = altura total en m

**Estimación del volumen por troza para el área de Panguipulli.**

En el cálculo del volumen por troza, se empleó la fórmula de Smalian (HUSCH, MILLER y BEERS, 1982).

$$V_t = \frac{(A_1 + A_2) L}{2}$$

Donde:  $V_t$  = Volumen de la troza en  $m^3$  sólidos sin corteza  
 $A_1$  = Area del extremo inferior de la troza en  $m^2$   
 $A_2$  = Area del extremo superior de la troza en  $m^2$   
 $L$  = Largo de la troza en m, (en este caso se utilizó un largo constante de 2 m.).

El diámetro mínimo de utilización se definió a los 15 cm sin corteza.

Para relacionar el volumen por troza y el DAP se probaron los siguientes modelos de regresión:

$$V_{Ti} = b_0 + b_1 D + b_2 D^2$$

$$V_{Ti} = b_0 + b_1 D$$

$$V_{Ti} = b_0 + b_1 D^2$$

**Estimación del factor de forma para el Area de Panguipulli.**

Se calculó el factor de forma natural (FF0,1) y el factor de forma artificial (FF1,3) para raulí, considerando el volumen real de los árboles y del cilindro sin incluir el espesor de corteza.

La fórmula general del factor de forma (FF) es:

$$FF = \frac{\text{Volumen del árbol}}{\text{Volumen del cilindro}}$$

Si el factor de forma es el natural (FF0,1), el diámetro para el cálculo del volumen del cilindro se considera a un décimo de la altura total.

Si el factor de forma es el artificial (FF1,3), el diámetro para el cálculo del volumen del cilindro se considera a 1,3 m de la altura del árbol.

El volumen del árbol se calculó según la fórmula de Smalian, seccionando el fuste en trozos de 2 m de largo y luego sumando sus volúmenes.

## RESULTADOS

En el presente capítulo se presentan los resultados de las estimaciones de volumen total y por troza para árboles jóvenes de raulí y sus factores de forma natural y artificial.

### *Estimación del volumen total para raulí - Area de Panguipulli.*

El mejor ajuste de los modelos de regresión probados se logró con la función "iv" para la cual se obtuvo la mayor correlación y el menor error estándar (Cuadro 2).

## CUADRO 2

### COEFICIENTES DE LOS MODELOS DE VOLUMEN CUBICO TOTAL Y SU BONDAD DE AJUSTE (Datos área Panguipulli)

Modelo	b <sub>0</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	Error Standard %	Coefficiente de Correlación r	Nº de Observaciones n
i	0,00207	0,00003			13,13(**)	0,99(**)	75
ii	0,03655	0,00002			31,82	0,94	75
iii	-9,89000	0,94200			14,62	0,96	75
iv	0,01243	0,00004	-0,00015	-0,000002	12,09(**)	0,99(**)	75
v	-0,14199	0,00049	0,01014		27,58	0,96	75
vi	-9,87624	0,93812				0,96	75

NOTA: (\*\*) Modelos con correlación más alta y el menor error standard.

Para este modelo (iv) el coeficiente de regresión “ $b_3$ ” es de baja significación. Su correlación es igual a la del modelo de variables combinadas (i) y el error estándar es levemente superior, superándolo sólo en 1.04%. Considerando como más práctico el modelo de variables combinadas (i), dado que tiene dos coeficientes de regresión menos que el modelo “iv” y tomando en cuenta su bondad de ajuste, se decidió el uso de éste para el cálculo de las tablas de volumen cúbico total.

**Estimación del volumen total para raulí, áreas de Llanccacura, Melipeuco, Jauja y Maquehua.**

En el Cuadro 3 se presentan los coeficientes de las dos funciones de volumen incluidas en el análisis: “diámetro al cuadrado” (I) y “variables combinadas” (II).

**CUADRO 3**

**FUNCIONES DE VOLUMEN CUBICO TOTAL PARA LAS AREAS DE MAQUEHUA, MELIPEUCO, LLANCACURA, JAUJA.**

Area de Estudio	Modelo	$b_0$	$b_1$	ECM(%)	r	n
Maquehua	I	-0.02322	0,0006986	10.8	0.99	36
	II	0.00265	0,00002795	7.1	0.99	36
Melipeuco	I	-0.02860	0,000726	12.7	0.98	21
	II	-0.00085	0,00002839	14.3	0.99	21
Llanccacura	I	-0.02180	0,0005626	18.8	0.95	11
	II	-0.00978	0,000031564	11.2	0.98	11
Jauja	I	-0.03616	0,00070162	8.0	0.98	13
	II	0.01411	0,00002689	8.9	0.99	13

NOTA: Funciones de Volumen:

Modelo I

$$V = b_0 + b_1 \text{ DAP}^2$$

Modelo II

$$V = b_0 + b_1 \text{ DAP}^H$$

**Estimación del volumen cúbico por troza - Area de Panguipulli.**

Los coeficientes de las variables y la bondad de ajuste para las funciones de volumen por troza se presentan en los cuadros 4, 5 y 6.



**CUADRO 4**

**COEFICIENTES Y BONDAD DE ESTIMACION PARA EL MODELO (a)**  
**(Volumen cúbico para trozas de 2 m de largo con un diámetro**  
**mínimo de utilización de 15 cm sin corteza)**

Troza N°	$b_0$	$b_1$	$b_2$	Error Standard(%)	r	n
1	0,072	0,0064	0,000300	10,90	0,972	36
2	-0,095	0,0069	-0,000013	20,96	0,930	32
3	-0,149	0,0094	-0,000050	43,33	0,894	22
4	-0,022	-0,0019	0,000160	76,84	0,852	13
5	0,084	-0,0099	0,000290	126,89	0,743	9

NOTA: Modelo (a):  $V = b_0 + b_1D + b_2D^2$  ;  $V =$  Volumen ( $m^3$ );  $D =$  DAP (cm)

**CUADRO 5**

**COEFICIENTES Y BONDAD DE ESTIMACION PARA EL MODELO (b)**  
**(Volumen cúbico para trozas de 2 m de largo con un diámetro mínimo**  
**de utilización de 15 cm sin corteza).**

Troza N°	$b_0$	$b_1$	Error Standard(%)	r	n
2	-0,0870	0,0063	14,80	0,933	32
3	-0,1195	0,0069	20,62	0,896	22

NOTA: Modelo (b):  $V = b_0 + b_1D$  ;  $V =$  Volumen ( $m^3$ );  $D =$  DAP (cm)

**CUADRO 6**

**COEFICIENTES Y BONDAD DE ESTIMACION PARA EL MODELO (c)**  
**(Volumen cúbico para trozas de 2 m de largo con un diámetro**  
**mínimo de utilización de 15 cm sin corteza)**

Troza N°	$b_0$	$b_1$	Error Standard(%)	r	n
1	-0,0038	0,00015	11,27	0,969	36
4	-0,0450	0,00012	46,02	0,857	13
5	-0,0340	0,00009	82,15	0,733	9

NOTA: Modelo (c):  $V = b_0 + b_1D^2$ ;  $V =$  Volumen ( $m^3$ )  $D =$  DAP (cm)

Con la información de bondad de estimación se escogieron los modelos de volumen para la construcción de una tabla de volumen por troza en función del diámetro (DAPcc). Los modelos seleccionados según la troza son:

$$\begin{aligned} VT_1 &= 0,0720 - 0,0064D + 0,0003D^2 \\ VT_2 &= -0,0870 + 0,0063D \\ VT_3 &= -0,1195 + 0,0069D \\ VT_4 &= -0,0450 + 0,00012D^2 \\ VT_5 &= -0,0340 + 0,00009D^2 \end{aligned}$$

Donde:  $VT_i$  = Volumen de la troza "i" en m<sup>3</sup> sólidos sin corteza

D = Diámetro a 1,3 m de altura (DAP en cm)

Los volúmenes por troza y clase diamétrica calculadas con los modelos expuestos se representan en el Cuadro 7.

### CUADRO 7

#### VOLUMEN CUBICO POR CLASE DE DAP (m) Y POR TROZA PARA RENOVALES DE RAULI DEL AREA DE PANGUIPULLI. (Base de datos: 75 árboles)

Clase DAP (cm)	Trozas de 2 m de largo y diámetro mayor a 5 cm					Volumen de Trozas acum. (m <sup>3</sup> s.s.c.)
	1° Troza	2° Troza	3° Troza	4° Troza	5° Troza	
	Volumen no acumulativo (en m <sup>3</sup> s.s.c.)					
16	0,046					0,046
18	0,054	0,026				0,080
20	0,064	0,039	0,019			0,122
22	0,076	0,052	0,032	0,013		0,173
24	0,091	0,064	0,046	0,024		0,225
26	0,108	0,077	0,060	0,036	0,027	0,308
28	0,128	0,090	0,074	0,049	0,036	0,377
30	0,150	0,102	0,088	0,063	0,047	0,450
32	0,174	0,115	0,101	0,078	0,058	0,526
34	0,209	0,127	0,115	0,094	0,070	0,607

**Factor de forma para raulí - Area de Panguipulli.**

Los factores de forma natural (FF0,1) y artificial (FF1,3) por clase de altura y diámetro (DAP) se presentan en el Cuadro 8. La muestra con la cual se calcularon los factores de forma natural y artificial fue estratificada en dos clases de diámetro y tres clases de altura, con el objetivo de obtener variación de la forma con respecto al tamaño de los individuos.

**CUADRO 8**

**FACTOR DE FORMA NATURAL (FF0,1) Y FACTOR DE FORMA ARTIFICIAL (FF1,3) PARA RAULI POR CLASE DE DIAMETRO SIN CORTEZA (cm) Y CLASE DE ALTURA TOTAL (m).**

Clase de Altura (m)	Clase de diámetro s/c en cm a 1,3 m de altura			
	Factor de Forma Natural (FF0,1)		Factor de Forma Artificial (FF1,3)	
	6 - 20	21 - 35	6 - 20	21 - 35
10 - 13	0,487 (17)	0,436	0,494 (17)	0,442
14 - 17	0,502 (21)	0,444	0,489 (21)	0,430
18 - 21	0,530 (8)	0,523	0,504 ( 8)	0,500

NOTA: ( ), Número de árboles muestra en cada clase de diámetro y altura.

**REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS**

1. HUSCH, B. MILLER, CH. y BEERS, T. (1982): Forest Mensuration. John Wiley & Song, Inc. Canadá. 401 pp.
2. LOETSCH, F., ZOHRER, F. y HALLER, K (1973): Forest Inventory Vol. II München, BLV. 467 pp.
3. PRODAN, M. (1965): Holzmesslehre J.D. Sauerländer's Verlag. Frankfurt A.M. 644 pp.
4. SPURR, S.H. (1952): Forest Inventory. The Ronald Press Co., N.Y.
5. ZOHRER, F., (1980): Forstinventur. Verlag Paul Parey, Hamburg, Berlin. 207 pp.