

DETERMINACION DE UNA FUNCION DE AHUSAMIENTO PARA RENOVALES DE ROBLE Y RAULI. Carlos Kahler G. Ingeniero Forestal (e). División Ordenación Forestal e Inventarios. Instituto Forestal. Huerfanos 554. Santiago.

INTRODUCCION.

El presente estudio se enmarca dentro del proyecto Modelo de Simulación para Renuales de Roble-Raulí, actualmente en desarrollo a cargo de la División Ordenación Forestal e Inventarios del Instituto Forestal, filial de la Corporación de Fomento a la Producción.

El objetivo del estudio es generar una función de ahusamiento, de carácter preliminar, y consecuente con el desarrollo general del proyecto antes mencionado. Para su consecución se han planteado etapas intermedias u objetivos secundarios, tales como recopilar diferentes modelos de ahusamiento y evaluarlos con los datos de terreno, para determinar cuál o cuáles explican mejor el fenómeno en análisis.

Aquella función elegida como la mejor, deberá necesariamente ser validada en próximos estudios y con una base muestral diseñada específicamente para cumplir con ese objetivo. Los datos utilizados, corresponden a trozos de cuatro metros de longitud.

En la generación de la función de ahusamiento se utilizaron las mediciones realizadas a una muestra de 218 árboles de las especies roble y raulí, provenientes de los sectores de "Prado Menúco" y "Los Helechos", de la Reserva Forestal de Malleco, y realizadas para el proyecto: "Estudio para el Manejo del Area Andina de las Regiones del Bío-Bío y La Araucanía de la República de Chile", ejecutado por la Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA) y el Instituto Forestal.

METODOLOGIA

Antecedentes de la Base de Datos.

Con mediciones realizadas cada 4 metros, desde la altura del tocón (0.3 m) y hasta la altura del diámetro mínimo de utilización (10 cm), a las que se agregaron las mediciones del DAP, se construyó una base de datos de 1283 observaciones.

La distribución de frecuencias y los rangos de altura por clase diamétrica para los árboles de la muestra se presentan en el Cuadro N°1.

Cuadro N°1

DISTRIBUCION POR CLASE DIAMETRICA Y RANGOS DE ALTURA

Clase Diamétrica (cm)	Numero de árboles	Frecuencia relativa (%)	Altura mínima medida (m)	Altura máxima medida (m)
10-15	43	20	9,51	18,35
15-20	38	17	12,38	22,08
20-25	42	19	13,17	23,10
25-30	22	10	15,38	24,47
30-35	28	13	16,47	26,62
35-40	21	10	21,94	31,15
40-45	13	6	20,60	31,62
>45	11	5	21,20	27,94

Selección del Modelo.

Se ajustaron por el método de mínimos cuadrados 27 modelos, obtenidos a partir de revisiones bibliográficas (Anexo N°1) y por medio de selección y

combinación de las variables consideradas por esas funciones, utilizando la técnica de regresión paso a paso.

Para cada modelo se determinó el coeficiente de regresión; el error cuadrático medio, expresado en porcentaje (ECM%); y la diferencia agregada porcentual (DIFA%). Se analizaron los gráficos de los valores estimados y los valores observados, y los de los residuos y los valores estimados.

En los 27 modelos estudiados se pudo observar que resultan altos coeficientes de regresión, superiores a 0.95. Las principales diferencias se detectan en los errores cuadráticos medios. El ECM incluye la totalidad de los errores aleatorios y sistemáticos y, por lo tanto, se constituye en el mejor indicador de la exactitud de la función (Prado,1987). Otro índice de validación que se utiliza junto al ECM, para los procesos de selección y análisis del modelo es la diferencia agregada expresada en porcentaje (DIFA%). Este último indicador es representativo de la magnitud de los sesgos probables, propiedad relevante para las estimaciones agregadas (Cox,1985).

Los índices señalados (ECM% Y DIFA%), se definen matemáticamente por las siguientes expresiones :

$$ECM \% = (100/X_{mo}) * [\sqrt{(\sum(X_o - X_e)^2/n)}]$$

$$DIFA \% = 100 * [(\sum X_o - \sum X_e) / \sum X_o]$$

donde:

X_o = valor observado

X_e = valor estimado

X_{mo} = promedio de valores observados.

n = N° de observaciones.

Los tres modelos que se ajustan mejor, presentando un menor ECM, son los siguientes:

MODELO 26

$$d/D = 1,56139X - 2,84647 X^4 + 2,33654 X^5$$

$$X = (H-h)/(H-1,3) \quad r = 0,99200 \quad ECM\% = 10,3039537 \quad DIFA\% = -0,1802$$

MODELO 1

$$d/D = -0,940849 (X-1) + 0,051134 \text{ SEN}(2\pi X) + 0,012709 \text{ COTAN}(\pi X/2)$$

$$X = h/H \quad r = 0,9855962 \quad \text{ECM}\% = 10,78974729 \quad \text{DIFA}\% = -2,47397$$

MODELO 23

$$d/D = 1,098032 - 0,894313 h/H + 0,065291/Dh^3$$

$$r = 0,9619251 \quad \text{ECM}\% = 10,895723 \quad \text{DIFA}\% = -0,72508$$

Para las expresiones anteriores se define :

- H = Altura total (m).
- h = Altura de la medición correspondiente (m), $h \geq 0,3$.
- D = Diámetro a 1,3 metros, sin corteza.
- d = Diámetro sin corteza a la altura h.

El modelo 26 es el que presenta un menor ECM% y también una DIFA% inferior. Sin embargo, resulta interesante analizar como se distribuyen estos errores de estimaciones diamétricas a lo largo de las diferentes secciones del fuste, dado que esto tendrá una importante influencia sobre los posteriores cálculos de volúmenes.

En el Cuadro N°2 y las Figuras N°1 y N°2, se presentan el ECM% y la DIFA% al estimar diámetros con cada modelo, en diferentes secciones generadas al dividir la altura comercial (con un índice de utilización de 10 cm) en seis intervalos de altura.

Cuadro N°2

ECM Y DIFA EN DIFERENTES SECCIONES DEL FUSTE

% Altura Comercial	ECM%			DIFA%		
	Mod. 1	Mod. 23	Mod. 26	Mod. 1	Mod. 23	Mod. 26
0-5	9,4	8,6	9,1	-1,6	1,2	2,4
5-10	4,2	5,5	5,9	-1,4	-4,4	-4,7
10-20	5,2	6,3	5,7	0,9	-3,9	-3,1
20-40	6,0	6,2	5,8	-1,7	-1,2	1,9
40-60	8,3	9,0	8,0	-1,5	3,2	0,2
60-80	12,7	13,6	12,9	2,2	2,4	2,2
80-100	23,4	23,8	20,6	-8,3	-6,3	-1,5

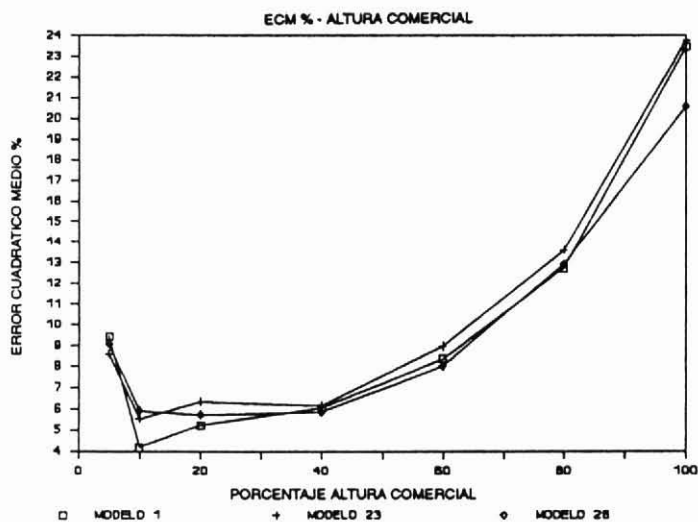


Figura N°1. ECM. EN DIFERENTES SECCIONES DEL FUSTE

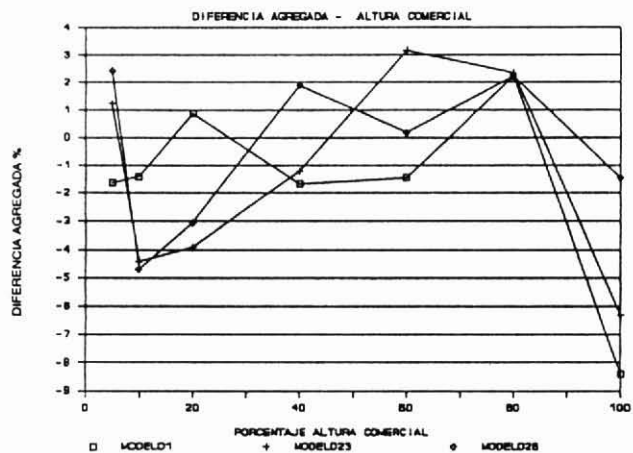


Figura N° 2. DIFA EN DIFERENTES SECCIONES DEL FUSTE

De las figuras anteriores se deduce que el modelo 26 es el que presenta un mejor ajuste para las secciones superiores del fuste (20% del extremo superior). En las secciones comprendidas entre el 20% y el 80% de la altura comercial, los modelos 1 y 26, presentan ajustes bastante similares. En las secciones inferiores (bajo el 20% de la altura comercial) el modelo 1 es el que evidencia la mayor precisión en cuanto a estimación del diámetro.

Diversas razones conducen a optar por la elección de aquel modelo que ofrece una mayor exactitud en las estimaciones diamétricas de las secciones inferiores (modelo 1), en lugar de aquel que predice en mejor forma los diámetros de alturas superiores. Ellas son:

- Los errores de estimación para la parte baja del fuste resultan ser más significativos en términos del cálculo del volumen, al cubicar por los diámetros estimados. Por lo tanto se requiere una mayor exactitud en la estimación para las secciones bajas.

- Los simuladores de trozado inician su secuencia desde la parte baja del fuste. Por este motivo los errores en las secciones inferiores, inducen a posteriores errores en la determinación de las trozas superiores.

- Existe la posibilidad de perfeccionamiento del modelo, para la estimación de la parte superior del fuste, usando el método de determinación del extremo cónico (Cox, 1985).

Antecedentes del Modelo Seleccionado.

El modelo 1, seleccionado como función preliminar de ahusamiento para renovales de Roble-Raulí, corresponde a la función trigonométrica de Thomas y Parresol (Thomas y Parresol, 1991), que destaca por ser una función simple y flexible, ajustable tanto para coníferas como para latifoliadas. Esos autores adaptaron este modelo a *Pinus elliottii* Engelm, *Quercus phellus* L., y *Liquidambar styraciflua* L..

El modelo original es de la forma:

$$d^2/D^2 = b_1*(X-1) + b_2*SEN(c\pi X) + b_3*COTAN(\pi X/2)$$

donde $X = h/H$

El coeficiente "c" al tomar el valor de: $c = 2$, presentó un ajuste adecuado para el caso de las latifoliadas, no así para las coníferas.

Corrección de la Estimación del Extremo Superior

Como se puede apreciar en la Figura N°3, los indicadores ECM% y DIFA% presentan las mayores dispersiones en las secciones superiores a un 70% de la altura total, al estimar diámetros con el modelo seleccionado. Se debe destacar que el índice de utilización de 10 cm se encuentra como promedio para la muestra a un 67% de la altura total, por lo que disminuye la importancia en los errores de las secciones superiores para los efectos de cálculo del volumen utilizable. Sin embargo, existe la posibilidad de perfeccionar el modelo, determinando aquella sección del fuste a partir de la cual su forma se asimila a una punta cónica.

De acuerdo a la Figura N°3, se deduce que la corrección es conveniente en alguna sección igual o superior a un 65% de la altura total, dados los incrementos que experimentan ambos indicadores. Se calculó el ECM y la DIFA generados al corregir el modelo a un 65%, 70%, 75%, 80%, de la altura total, resultados que se presentan en el Cuadro N°3.

Cuadro N°3

ECM Y DIFA PARA DIFERENTES CORRECCIONES DEL MODELO

%H Total	Sin Corr.	Corr. 65%	Corr. 70%	Corr. 75%	Corr. 80%
ECM%	10,78	11,3	10,33	10,43	10,62
DIFA%	-2,47	-2,78	-1,39	-1,84	-2,2

Como se advierte en el Cuadro N°3, el modelo se ajusta mejor al considerar la punta cónica a partir del 70% de la altura total, disminuyendo tanto el ECM como la DIFA. Esta corrección se presenta también en la Figura N°3.

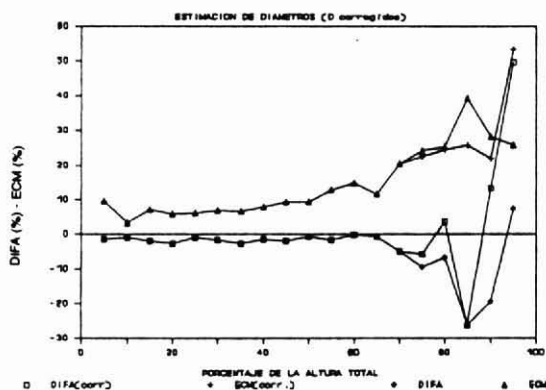


Figura N° 3. ECM Y DIFA A DIFERENTES ALTURAS (%)

Al realizar la corrección por el método del extremo cónico, la función queda definida por la siguiente expresión :

$$d^2/D^2 = f(X) \cdot l_c + [(H-h) / (H-0,7 \cdot H)]^2 \cdot f(0,7) \cdot (1-l_c)$$

donde :

$f(X)$ = Función de ahusamiento.

$f(0,7)$ = Función de ahusamiento evaluada en $X = 0,7$.

l_c = Función característica de la variable X , tal que:

$l_c = 1$ si $X < 0,7$

$l_c = 0$ si $X \geq 0,7$

En la Figura N°4 se presenta la conicidad para roble y raulí estimada por el modelo seleccionado y en la Figura N°5 se refleja la relación entre los diámetros reales y los diámetros estimados.

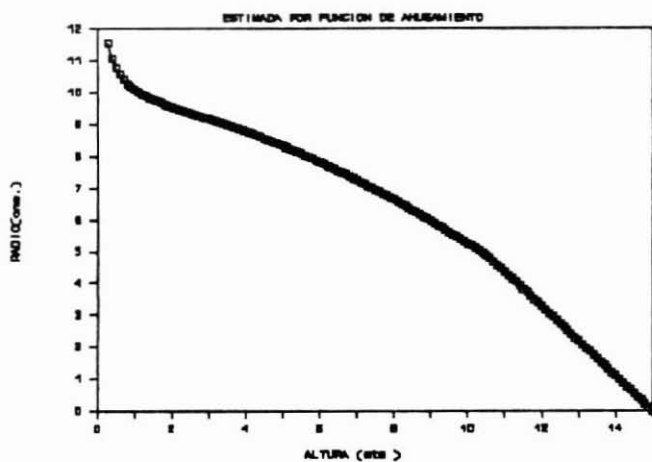


Figura N° 4. CONICIDAD DEL ROBLE-RAULI, ESTIMADA POR FUNCION DE AHUSAMIENTO

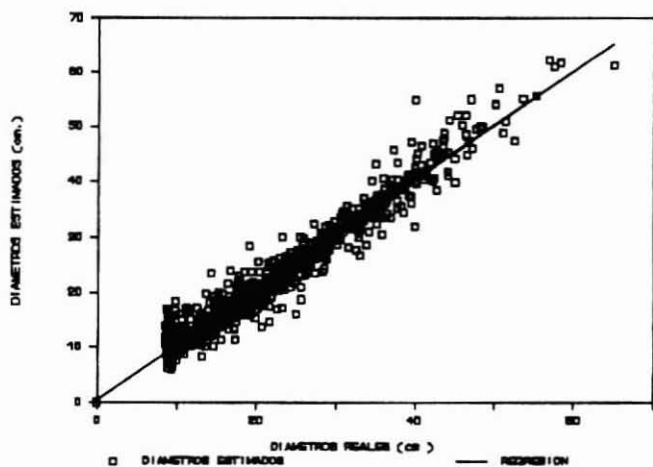


Figura N° 5. DIAMETROS ESTIMADOS VS. DIAMETROS REALES

Ajuste del Modelo Para DAP con Corteza.

El modelo de Thomas y Parresol, en su forma original incorpora el DAP sin corteza. Para permitir la utilización de esta función, en caso de no conocer el espesor de corteza, se realizó un ajuste con la posterior corrección del extremo cónico, considerando el DAP con corteza. Los coeficientes y los indicadores de la bondad de ajuste para la función ajustada son los siguientes:

$$d^2/D^2 = -0,808515*(X-1) + 0,027096*SEN(2\pi X) + 0,010394*COTAN(\pi X/2)$$

r	=	0,986863
ECM (cm)	=	2,093318
ECM %	=	10,47940
DIFA %	=	-2,00601

Compatibilidad Entre la Función de Ahusamiento y la Función de Volumen

Una característica deseable de una función de ahusamiento consiste en que los diámetros estimados, a diferentes alturas del fuste, den origen a predicciones de volúmenes coherentes con las estimaciones generadas por la función de volumen utilizada.

A objeto de probar la validez del modelo escogido, se ha utilizado como volumen de referencia aquel estimado por la función de volumen combinada para roble y raulí, ajustada por el estudio de JICA-INFOR (JICA, 1992), que demostró ser aplicable al área de estudio, y es la función que ha sido utilizada en el simulador de crecimiento de renovales de Roble-Raulí de INFOR. Esta función tiene la siguiente forma :

$$V = -0,00416 + 0,31545*D^2H \quad \text{ECM\%} = 7,2$$

donde:

- V = Volumen sin corteza (m³), desde la altura del tocón (0.3 m) hasta la altura comercial (diámetro límite = 10cm).
 D = DAP con corteza (m).
 H = Altura total (m).

Para comparar el volumen estimado a partir de la función de ahusamiento, con el correspondiente a la función de referencia, se utilizó el siguiente método. Se estimaron con la función de ahusamiento los diámetros cada 10 cm, desde la altura del tocón hasta la del diámetro límite de utilización. Se calculó el volumen por árbol, cubicando por la fórmula de Smalian cada sección de 10 cm de longitud las que fueron posteriormente agregadas. El volumen por árbol se comparó con el estimado por la función de referencia en base a los DAP y las alturas totales.

El ECM, correspondiente a la estimación del volumen basada en la función de ahusamiento, es de 6,75%, lo que corresponde a 0,035706 m³. La DIFA expresada en porcentaje es de 0,29%.

La Figura N°6, representa la distribución de los ECM y las DIFA, en relación a las diferentes clases diamétricas, al estimar los volúmenes en base a la función de ahusamiento. Se observa que en todas las clases diamétricas superiores o iguales a 15 cm los ECM son inferiores a 10% y las DIFA son menores o iguales a un 6% , lo que puede ser considerado como aceptable. Los árboles con $DAP \geq 15$ cm constituyen un 80% de la muestra. Para el 20% de los árboles comprendidos en la clase diamétrica 10-15 cm los altos errores que se expresan en la Figura N°6 sugieren la necesidad de realizar un ajuste que involucre exclusivamente a los diámetros menores.

- Los diámetros estimados por el modelo seleccionado dan origen a predicciones volumétricas con un ECM de 6.75% y una DIFA de 0.29%.
- Con la excepción de la clase diamétrica 10-15 cm, el modelo permite predicciones de volumen, con un ECM inferior a un 10% para el resto de las clases de DAP.
- Para el caso de los árboles con DAP inferior a 15 cm, es recomendable probar un ajuste de la función que considere exclusivamente las clases diamétricas bajas.
- Se recomienda probar la validez de esta función preliminar, ajustándola a una muestra de árboles que contenga intervalos de medición menores a los de la presente base de datos. Preferentemente observaciones cada metro, y aún de intervalos inferiores, para las secciones bajas del fuste (hasta un 10% de la altura total aproximadamente).

REFERENCIAS

Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA), 1992. "Estudio para el Manejo de los Recursos Forestales en el Area Andina de las Regiones del Bío-Bío y Araucanía de la República de Chile." Seminario de Transferencia Tecnológica.

Amidon Elliot L, 1984. "A General Taper Functional Form to Predicted Bole Volume for Mixed-Conifer Species in California." Forest Sci. Vol. 30 N°1 pp.166-177.

Bennet, F.A., Swindel, B.F. 1972. "Taper Curves for Slash Pipe." USDA Forest Service Research. Note SE-179.

Coffré, W,L.M. 1983. "Modelos Fustales".U. Austral de Chile.

Cox, Z,F. 1985. "Validación de un Modelo Fustal para Pino Insigne." en *Pinus radiata* Investigación en Chile. U. Austral de Chile. Fac. de Cs. Forestales. pp.:119-133.

Goulding, C.J., Murray J.C. 1975. "Polynomial Taper Equations that are Compatible with Tree Volume Equations." New Zealand Journal of Forestry Science Vol. 5 pp. 313-322.

Prado, J.A. 1987. "Funciones para la Estimación de la Biómasa Total y de Componentes del Quillay". Ciencia e Investigación Forestal. Vol. I N°1 Junio 1987 pp.41-47.

Thomas, Ch.E. and Parresol B.R. 1991 "Simple, Flexible, Trigonometric Taper Equations." Canadian Journal Forest Res. Vol.21 pp.: 1132-1137.

ANEXO N°1

MODELOS PROBADOS

$$1: d^2/D^2 = a((h/H)-1) + b \operatorname{sen}(2\pi(h/H)) + c \operatorname{cotan}(\pi(h/H)/2)$$

$$r = 0.9855962 \quad \text{ECM}\% = 10.78974729$$

* (Thomas y Parresol, 1991)

$$2: d = a(D((H-h)/(H-h))) + bH(H-h)(h-1.3) + c(H-h)(h-1.3)(H+h+1.3)$$

$$r = 0.9921693 \quad \text{ECM}\% = 11.78974729$$

* (Bennett y Swindel, 1972)

$$3: d/D = aX + bX^2 + cX^3$$

$$X = ((H-h)/(H-1.3))$$

$$r = 0.9953893 \quad \text{ECM}\% = 13.3304812$$

* (Coffré, 1983)

$$4: d/D = aX1 + bX1^2 + cX1^3 + dX2$$

$$X1 = ((H-h)/(H-1.3)), \quad X2 = h/H$$

$$\text{ECM}\% = 13.92446425$$

$$5: d/D = aX1 + bX1^3 + cX2$$

$$X1 = ((H-h)/(H-1.3)), \quad X2 = h/H$$

$$r = 0.9946858 \quad \text{ECM}\% = 11.91278486$$

$$6: d/D = aX + bX^2 + cX^3$$

$$X = (H-h)/H$$

$$r = 0.9946657 \quad \text{ECM}\% = 32.53515259$$

* (Citado por Coffré, 1983)

$$7: d/D = ah/(h-1) + b(h/H) + c(H-h)/H$$

$$r = 0.9946657 \quad \text{ECM}\% = 32.62078562$$

* Estos modelos se expresan en su forma original, obtenida de la referencia bibliográfica respectiva. El resto corresponde a derivaciones y combinaciones de estos y otros modelos.

8: $d = aD(H-h)/(H-1.3) + b(h/H) + cD$
 $r = 0.9945853$ ECM% = 11.63638994

9: $d^2/D^2 = a + bX + cX^2$
 $X = h/H$
 $r = 13.03724657$ ECM% = 13.03724657

* (Kozak y otros, 1969, citado por Goulding y Murray, 1975)

10: $d = a\sqrt{DX1} + bDX1 + cX2$
 $X1 = (H-h)/(h-1.3)$ $X2 = H$
 $r = 0.9934686$ ECM% = 19.72522243

11: $d^2/D^2 = a + b(X-1) + c \cotan(\pi X/2)$
 $X = h/H$
 $r = 0.9855962$ ECM% = 19.4776

12: $d = aD((H-h)/(H-1.3)) + b(H^2-h^2)(h-1.3)/H^2$
 $r = 0.9933277$ ECM% = 11.8391475
 * (Amidon y Elliot, 1983)

13: $d = a((H-h)/(H-1.3) + b(H^2-h^2)(h-1.3)/H^2 + c(h/H)$
 $r = 0.9945752$ ECM% = 14.45269

14: $d = a + bD(H-h)/(H-1.3) + (H^2-h^2)(h-1.3)/H^2$
 $r = 0.9722654$ ECM% = 14.45269

15: $d/D = a(H-h)/(h-1.3) + b(H^2-h^2)(h-1.3)/H^2$
 $r = 0.9946858$ ECM% = 12.107118

16: $d/D = a(H-h)/(H-1.3) + b(H^2-h^2)(h-1.3)/H^2 + ch/H$
 $r = 0.9946858$ ECM% = 11.819374

17: $d/D = a(H-h)/(H-1.3) + b\sqrt{Dh} + ch$
 $r = 0.9948869$ ECM% = 11.854505

18: $d/D = a(H-h)/(H-1.3) + b(h/H)$
 $r = 0.994902$ ECM% = 11.604651

19: $d/D = a(H-h)/(H-1.3) + bh/H + c 1/\sqrt{Dh}$
 $r = 0.9909$ ECM% = 11.15087

20: $d/D = a(H-h)/(H-1.3) + bh/H + c/Dh$
 $r = 0.9954898$ ECM% = 11.149913

$$21: d/D = a(H-h)/(H-1.3) + bh/H + c/Dh^2$$

$$r = 0.9957409 \quad ECM\% = 10.96166$$

$$22: d/D = a(H-h)/(H-1.3) + bh/H + c/Dh^3$$

$$r = 0.9957911 \quad ECM\% = 10.961849$$

$$23: d/D = a + bh/H + c/Dh^3$$

$$r = 0.9619251 \quad ECM\% = 10.895723$$

$$24: d = a + bD(H-h)/(H-1.3) + ch/H$$

$$r = 0.9728309 \quad ECM\% = 14.596481$$

$$25: d/D = a(H-h)/(H-1.3) + bh/H + c(h/H)^2$$

$$r = 0.9946858 \quad ECM\% = 11.86506865$$

$$26: d/D = aX + bX^4 + cX^5$$

$$X = (H-h)/(H-1.3)$$

$$r = 0.9959919 \quad ECM\% = 10.3039537$$

$$27: d/D = a(H-h)/(H-1.3) + bh/H + h$$

$$r = 0.994716 \quad ECM\% = 11.802662$$

Para las expresiones anteriores, se define:

H	=	Altura Total
h	=	Altura de la medición correspondiente
D	=	Diámetro a 1,30 m sin corteza
d	=	Diámetro sin corteza a la altura h